



【例 1】若将函数 $f(x) = 2\sin(2x + \varphi)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位，得到一个偶函数的图象，则 φ 的最小正值为 $\frac{3\pi}{8}$ 。

法 1: $2 \cdot \frac{\pi}{8} + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}$
 $\varphi = k\pi + \frac{3\pi}{8}$
 $k=0$ 时, φ 最小

法 2: $f(x + \frac{\pi}{8}) = 2\sin[2(x + \frac{\pi}{8}) + \varphi] = 2\sin(2x + \frac{\pi}{4} + \varphi)$

$\therefore$ 为偶函数,
 $\therefore$ 当 $x=0$ 时, 有最大或最小值
 $\frac{\pi}{4} + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}$
 $\varphi = k\pi + \frac{3\pi}{8}$

【例 2】若将函数 $f(x) = \cos(2x - \varphi)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，得到一个奇函数的图象，则 φ 的最小正值为 $\frac{\pi}{6}$ 。

法 1: 在 $x = \frac{\pi}{6}$ 时, 为 $-\pi$ 对称中心
 $\therefore$ 代入 $x = \frac{\pi}{6}$ 时, $y=0$
 $2(x - \frac{\pi}{6}) - \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}$
 $-\frac{\pi}{3} - \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}$
 $\varphi = -k\pi - \frac{5\pi}{6}$
 $\text{当 } k=-1 \text{ 时, } \varphi \text{ 有最小正值 } \frac{\pi}{6}$

【例 3】若函数 $y = 2\cos(2x + \varphi)$ 的图象关于 $(\frac{\pi}{3}, 0)$ 成中心对称，则 $|\varphi|$ 的最小值为 $\frac{\pi}{6}$ 。

法 1: 当 $x = \frac{\pi}{3}$ 时, $2x + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}$ (0)

$2 \cdot \frac{\pi}{3} + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}$
 $\frac{\pi}{3} + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{6}$
 $\varphi = k\pi + \frac{\pi}{6}$

【例 5】若函数 $f(x) = 2\cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$) 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称，且 $f(\frac{\pi}{3}) = 0$ ，则 ω 的最小值为 ()

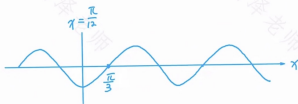
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

法 1: $\omega \cdot \frac{\pi}{12} + \varphi = k\pi$ ① $\omega \cdot \frac{\pi}{3} + \varphi = m\pi + \frac{\pi}{2}$ ② $m, k \in \mathbb{Z}$

$\frac{\pi}{4}\omega = m\pi + \frac{\pi}{2} - k\pi$ $\therefore \omega = 4(m - k + \frac{1}{2}) = 4(m - k) + 2 = 4n + 2 (n \in \mathbb{Z})$

$\omega_{\min} = 2$

法 2:



$T = \frac{2\pi}{\omega}$ $T = \frac{\pi}{2}$

$\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4} = \frac{T}{4}$

$T_{\max} = \pi$ $\omega_{\min} = 2$

【例 6】若 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ ，且 $f(x) \leq f(\frac{\pi}{3})$ 恒成立，则 $f(x)$ 的单调递增区间是 $[k\pi - \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{\pi}{3}]$

根据诱导公式合并 $> k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

将 $x = \frac{\pi}{3}$ 代入，

$$\frac{2}{3}\pi + \varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi = 2k\pi - \frac{\pi}{6}$$

$$f(x) = \sin(2x + 2k\pi - \frac{\pi}{6})$$

$$= \sin(2x - \frac{\pi}{6})$$

$$2k\pi - \frac{\pi}{2} \leq 2x - \frac{\pi}{6} \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$2k\pi - \frac{\pi}{3} \leq 2x \leq 2k\pi + \frac{2}{3}\pi$$

$$k\pi - \frac{\pi}{6} \leq x \leq k\pi + \frac{\pi}{3}$$

【例 7】已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$)，若函数 $f(x)$ 图象的一个对称中心到对称轴的距离的最小值为 $\frac{\pi}{3}$ ，

则 $\omega =$ _____.



$$\frac{T}{4} = \frac{\pi}{3}$$

$$T = \frac{4\pi}{3} = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\therefore \omega = \frac{3}{2}$$