



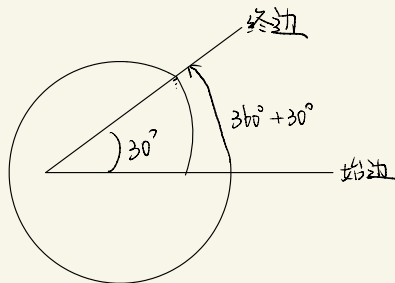
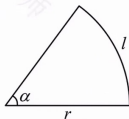
1. 任意角：我们规定，一条射线绕其端点按逆时针方向旋转形成的角叫做正角，按顺时针方向旋转形成的角叫做负角，如果一条射线没有做任何旋转，就称它形成了一个零角。 $0^\circ \sim 360^\circ$

2. 与 α 终边相同的角构成的集合： $\{\beta | \beta = \alpha + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

3. 象限角：让角的顶点与原点重合，角的始边与 x 轴非负半轴重合，则角的终边落在第几象限，就称该角为第几象限的角；若角的终边落在坐标轴上，则该角不属于任何一个象限。 轴线角

4. 弧度制：规定长度等于半径长的圆弧所对的圆心角叫做 1 弧度的角，弧度单位用符号 rad 表示。正角的弧度数是一个正数，负角的弧度数是一个负数，零角的弧度数是 0。

5. 弧长公式与扇形面积公式：如图，弧长 $l = \alpha r$ ，扇形的面积 $S = \frac{1}{2} \alpha r^2 = \frac{1}{2} l r$ 。



【例 1】与 -47° 的终边相同的角构成的集合是 $\{\beta | -47^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

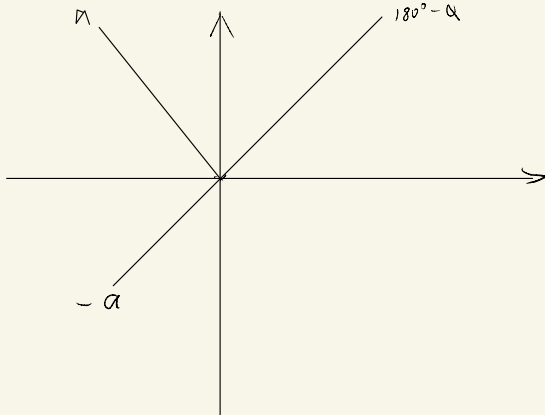
【例 3】下列角中，是第二象限角的为 (B)

(A) -160° (B) -190° (C) 390° (D) 210°

【例 4】已知 α 是第二象限的角，则 $180^\circ - \alpha$ 是 (A)

(A) 第一象限角 (B) 第二象限角 (C) 第三象限角 (D) 第四象限角

$$\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$$



【例 5】已知 α 是锐角，则 2α 是 (C)

- (A) 第一象限角 (B) 第二象限角 (C) 小于 180° 的正角 (D) 第一或第二象限角

$$0 < \alpha < 90^\circ, \quad 0 < 2\alpha < 180^\circ$$

【例 6】已知 α 是第一象限的角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 是 ()

- (A) 第一象限角 (B) 第二象限角 (C) 第一或第二象限角 (D) 第一或第三象限角

$$0 < \alpha < 90^\circ + k \cdot 360^\circ$$

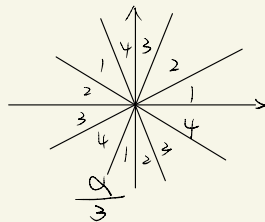
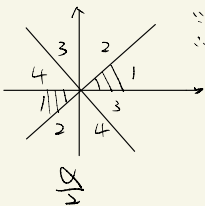
法1: $k \cdot 360^\circ < \alpha < 90^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z} \quad k \cdot 180^\circ < \frac{\alpha}{2} < 45^\circ + k \cdot 180^\circ$

$$k \cdot 360^\circ < \alpha < 90^\circ + k \cdot 360^\circ$$

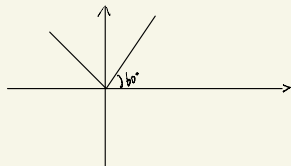
$k=0: 0^\circ < \frac{\alpha}{2} < 45^\circ \quad k=1: 180^\circ < \frac{\alpha}{2} < 225^\circ =$

$$180^\circ k < \frac{\alpha}{2} < 45^\circ + 180^\circ k$$

$\therefore \alpha$ 在第一象限内
 $\therefore \alpha + k \cdot 180^\circ$ 在 $\odot$ 范围

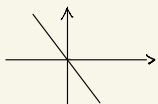


【例 7】若角 α 的终边与 60° 角的终边关于 y 轴对称, 且 $-360^\circ < \alpha < 360^\circ$, 则 $\alpha = 120^\circ$ 或 -240° .



$$\begin{aligned}\alpha &= 120^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z} \\ k &= 0, \quad \alpha = 120^\circ \\ k &= 1, \quad \alpha = 480^\circ \left(\frac{8}{3}\right) \\ k &= -1, \quad \alpha = -240^\circ\end{aligned}$$

【例 8】若角 α 的终边与 -60° 角的终边关于原点对称, 且 $0^\circ < \alpha < 360^\circ$, 则 $\alpha = 120^\circ$.



【例 9】把下列角度化成弧度: (1) 1440° ; (2) 36° ; (3) $67^\circ 30'$.

$$\begin{aligned}2\pi \text{ rad} &= 360^\circ \\ \pi \text{ rad} &= 180^\circ\end{aligned}$$

$$(1) \quad 1440^\circ = 360^\circ \times 4 = 8\pi \text{ rad}$$

$$(2) \quad 36^\circ = \frac{180^\circ}{5} = \frac{\pi}{5} \text{ rad}$$

$$(3) \quad 67^\circ 30' = 67.5 \times \frac{\pi}{180} \text{ rad} = \frac{3}{8}\pi \text{ rad}$$

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

$$1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$$

【例 10】将下列弧度化为角度: (1) $\frac{2\pi}{9}$; (2) $-\frac{7\pi}{6}$; (3) $\frac{2\pi}{3}$.

$$(1) \quad \frac{2}{9}\pi \text{ rad} = 180^\circ \times \frac{2}{9} = 40^\circ$$

$$(2) \quad -\frac{7}{6}\pi \text{ rad} = (180^\circ \times (-\frac{7}{6})) = -210^\circ$$

$$(3) \quad \frac{2}{3}\pi \text{ rad} = 180^\circ \times \frac{2}{3} = 120^\circ$$

【例 11】若一段圆弧的圆心角为 $\frac{5\pi}{6}$ ，圆弧所在圆的半径为 2cm，则该段圆弧的长为 _____ cm.

$$\frac{5}{6}\pi \text{ rad} = 180^\circ \times \frac{5}{6} = 150^\circ$$

$$\frac{150}{360} \times 2 \times 2\pi = \frac{15}{9}\pi = \frac{5}{3}\pi$$

【例 12】若扇形的面积是 4cm^2 ，它的周长是 10cm，则扇形的圆心角（正角）的弧度数为（ ）

$$\begin{cases} C_{\text{圆弧}} = 2r + \frac{ar}{\text{弧长公式}} = 10 \\ S_{\text{扇}} = \frac{1}{2}ar^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r(a+2) = 10 \\ ar^2 = 8 \\ a = \frac{8}{r^2} \end{cases}$$

$$r\left(\frac{8}{r^2} + 2\right) = 10$$

$$\frac{8}{r} + 2r = 10$$

$$8 + 2r^2 - 10r = 0$$

$$r^2 - 5r + 4 = 0$$

$$(r-4)(r-1) = 0$$

$$r = 4 \text{ 或 } 1$$

$$a = \frac{8}{16} \text{ 或 } 8 \quad \text{扇形圆心角在 } (0, 2\pi) \text{ 中}$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$