【例 1】已知函数 $f(x)=\sin^2 x+2\sqrt{3}\sin x\cos x-\cos^2 x$，$x\in\mathbf{R}$，则（　　）

（A）$f(x)$ 的最小正周期为 π

（B）$f(x)$ 的值域为 $[-2,2]$

（C）$f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上只有 1 个零点

（D）$x=\dfrac{2\pi}{3}$ 是函数 $f(x)$ 图象的一条对称轴

$f(x)=-\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$　　$f(x)=0 \Rightarrow \sin(2x-\frac{\pi}{6})=0$

$\therefore 2x-\frac{\pi}{6}=k\pi$　$\therefore x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}\ (k\in Z)$　$k=0.\ x=\frac{\pi}{12}$　$k=1\ \ x=\frac{7\pi}{12}$

$f(\frac{2\pi}{3})=2\sin(\frac{4\pi}{3}-\frac{\pi}{6})=2\sin\frac{7\pi}{6}=-1$

【例 2】已知函数 $f(x)=4\sin x\cos(x-\frac{\pi}{3})-\sqrt{3}$.

（1）求 $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$ 上的值域；

（2）求 $f(x)$ 的单调递增区间和对称轴方程.

$$f(x) = 4\sin x\cdot(\frac{1}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x)-\sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{3}\sin^2 x + 2\sin x\cos x - \sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{3}\,\frac{1-\cos 2x}{2} + \sin 2x - \sqrt{3}$$

$$= -\sqrt{3}\cos 2x + \sin 2x$$

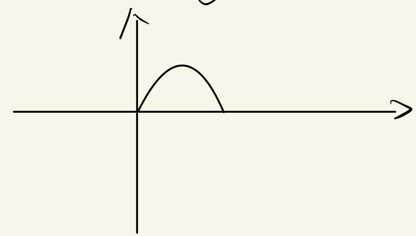
$$= 2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$$

$\tan\varphi = -\sqrt{3}$

$\varphi = \frac{\pi}{3}$

$x \in [\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{3}, \pi-\frac{\pi}{3}]$

$x \in [0, \frac{2}{3}\pi]$



$y \in [0, 2]$

$$2k\pi-\frac{\pi}{2}<2x-\frac{\pi}{3}<2k\pi+\frac{\pi}{2}$$

$$2k\pi-\frac{\pi}{6}<2x<k\pi+\frac{5}{6}\pi$$

$$k\pi-\frac{\pi}{12}<x<k\pi+\frac{5}{12}\pi$$

$$2x-\frac{\pi}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2}$$

$$x=\frac{k\pi}{2}+\frac{5}{12}\pi$$