$\cos\alpha = x \quad \sin\alpha = y \quad \tan\alpha = \frac{y}{x}$

$x^2 + y^2 = 1$

$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1 \quad \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

同角 => 知一求二

【例 1】已知α是第二象限的角，且$\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$，则$\tan\alpha=$______.

$\cos\alpha<0$

$\sin\alpha^2+\cos\alpha^2=1$

$\frac{1}{5}+\cos\alpha^2=1$

$\cos\alpha^2=\frac{4}{5}$

$\cos\alpha=-\frac{2}{5}\sqrt{5}$

$\tan\alpha=\frac{y}{x}=\frac{\frac{\sqrt{5}}{5}}{-\frac{2}{5}\sqrt{5}}=-\frac{1}{2}$

【例 2】已知α是第四象限的角，且$\tan\alpha=-3$，则$\sin\alpha=$ $\underline{-\frac{3}{10}\sqrt{10}}$.

$\because$ a是第四象限的角，$\sin\alpha$为负，$\cos\alpha$为正

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha=-3$

$\sin\alpha=-3\cos\alpha$

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

$9\cos^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

$\cos^2\alpha=\frac{1}{10}$

$\cos a=\pm\frac{\sqrt{10}}{10}$

【例 3】已知 $\cos\alpha+2\sin\alpha=\sqrt{5}$，则 $\tan\alpha=$（ B ）

（A）$\dfrac{1}{2}$ （B）2 （C）$-\dfrac{1}{2}$ （D）-2

$$\begin{cases}\cos a+2\sin a=\sqrt{5}\\ \cos^2\alpha+\sin^2 a=1\end{cases}$$

【例 4】已知 $0<x<\pi$，化简：$\sqrt{(1+\tan\dfrac{x}{2})^2+(1-\tan\dfrac{x}{2})^2}$． 切化弦

$\tan\alpha \to \dfrac{\sin a}{\cos a}$

$$=\sqrt{\left(1+\frac{\sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}}\right)^2+\left(1-\frac{\sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}}\right)^2}$$

$$=\sqrt{2\left(1+\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2}}\right)}=2\,\frac{\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2}}=2\,\frac{1}{\cos^2\frac{x}{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{\cos\frac{x}{2}}$$

（1）$\sin^2\alpha\tan\alpha+\dfrac{\cos^2\alpha}{\tan\alpha}+2\sin\alpha\cos\alpha$；（2）$\underset{①}{\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}}+\underset{②}{\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}}\;(\pi<\alpha<\dfrac{3\pi}{2})$．

$180^\circ<a<270^\circ$ 第三象限

$1+\cos a>0$

$$(1)=\sin^2 a\,\frac{\sin a}{\cos a}+\cos^2 a\cdot\frac{\cos a}{\sin a}+2\sin a\cos a$$

$$=\frac{\sin^3 a}{\cos a}+\frac{\cos^3 a}{\sin a}+2\sin a\cos a$$

$$=\frac{\sin^4 a+\cos^4 a+2}{\cos a\sin a}$$

$$=\frac{(\sin^2 a+\cos^2 a)^2-2\sin^2 a\cdot\cos^2 a+2}{\cos a\cdot\sin a}$$

$$=\frac{1}{\cos a\cdot\sin a}$$

$$(2)\ ①\ \sqrt{\frac{1+\cos a}{1-\cos a}}=\sqrt{\frac{(1+\cos a)^2}{(1-\cos a)(1+\cos a)}}=\sqrt{\frac{(1+\cos a)^2}{1-\cos^2 a}}=\sqrt{\frac{(1+\cos a)^2}{\sin^2 a}}=-\frac{1+\cos a}{\sin a}$$

$$②=-\frac{1-\cos a}{\sin a}$$

$$①+②=-\frac{2}{\sin a}$$

（1） $\dfrac{\cos x}{1-\sin x}=\dfrac{1+\sin x}{\cos x}$；

（2） $\dfrac{1-2\sin x\cos x}{\cos^2 x-\sin^2 x}=\dfrac{1-\tan x}{1+\tan x}$；

（3） $\tan^2\alpha-\sin^2\alpha=\tan^2\alpha\sin^2\alpha$；

（4） $(1-\tan^4\theta)\cos^2\theta+\tan^2\theta=1$.

(1) $$\frac{\cos x}{1-\sin x}-\frac{1+\sin x}{\cos x}=0$$

$$\frac{\cos x(1+\sin x)}{(1-\sin x)(1+\sin x)}-\frac{1+\sin x}{\cos x}=0$$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{\cos x}}+\cancel{\cos x}\sin x}{\cos^{\cancel{2}} x}-\frac{1+\sin x}{\cos x}=0$$

(2) $$\frac{\cos^2 x+\sin^2 x-2\sin x\cos x}{\cos^2 x-\sin^2 x}=\frac{(1-\tan x)^2}{1-\tan^2 x}$$

$$\frac{(\cos x-\sin x)^{\cancel{2}}}{(\cos x+\sin x)\cancel{(\cos x-\sin x)}}=\frac{\left(\frac{\cos x-\sin x}{\cos x}\right)^2}{1-\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}$$

$$\frac{\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}=\frac{\frac{(\cos x-\sin x)^2}{\cos^2 x}}{\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{\cos^2 x}}$$

$$\frac{\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}=\frac{(\cos x-\sin x)^{\cancel{2}}}{\cancel{\cos^2 x}}\cdot\frac{\cancel{\cos^2 x}}{(\cos x+\sin x)\cancel{(\cos x-\sin x)}}$$

(3) $\tan^2 a \sin^2 a - \mathrm{tin}^2 a + \sin^2 a = 0$

$$\frac{\sin^4 a}{\cos^2 a} - \frac{\sin^4 a}{\cos^2 a} = 0$$

$$0 = 0$$

(4) $(1-\tan^4\theta)\cos^2\theta + \tan^2\theta = 1$

$$(1-\tan^2\theta)(1+\tan^2\theta)\cos^2\theta + \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = 1$$

$$\frac{\cos^2\theta-\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{\sin^2\theta+\cos^2\theta}}}{\cos^2\theta} \cdot \cos^2\theta + \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = 1$$

$$\frac{\cos^2\theta-\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = 1$$

$$\frac{\cos^2\theta}{\cos^2\theta} = 1$$