



设  $A > 0$ ， $\omega > 0$ ，则函数  $y = A\sin(\omega x + \varphi)$  和  $y = A\cos(\omega x + \varphi)$  的性质如下表：

|      |                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                      |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 函数   | $y = A\sin(\omega x + \varphi)$                                                                                                                                                                           | $y = A\cos(\omega x + \varphi)$                                                                                                                      |
| 定义域  | $\mathbf{R}$                                                                                                                                                                                              | $\mathbf{R}$                                                                                                                                         |
| 值域   | $[-A, A]$                                                                                                                                                                                                 | $[-A, A]$                                                                                                                                            |
| 周期性  | 最小正周期为 $\frac{2\pi}{\omega}$                                                                                                                                                                              | 最小正周期为 $\frac{2\pi}{\omega}$                                                                                                                         |
| 单调性  | 增区间： $2k\pi - \frac{\pi}{2} \leq \omega x + \varphi \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$<br>减区间： $2k\pi + \frac{\pi}{2} \leq \omega x + \varphi \leq 2k\pi + \frac{3\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$ | 增区间： $2k\pi - \pi \leq \omega x + \varphi \leq 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$<br>减区间： $2k\pi \leq \omega x + \varphi \leq 2k\pi + \pi (k \in \mathbf{Z})$ |
| 最值   | 当 $\omega x + \varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$ 时， $y_{\max} = A$<br>当 $\omega x + \varphi = 2k\pi - \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$ 时， $y_{\min} = -A$                               | 当 $\omega x + \varphi = 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$ 时， $y_{\max} = A$<br>当 $\omega x + \varphi = 2k\pi + \pi (k \in \mathbf{Z})$ 时， $y_{\min} = -A$    |
| 对称轴  | $\omega x + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$                                                                                                                                            | $\omega x + \varphi = k\pi (k \in \mathbf{Z})$                                                                                                       |
| 对称中心 | $(\frac{k\pi - \varphi}{\omega}, 0) (k \in \mathbf{Z})$                                                                                                                                                   | $(\frac{k\pi + \frac{\pi}{2} - \varphi}{\omega}, 0) (k \in \mathbf{Z})$                                                                              |

【例 1】函数  $y = \sin(2\omega x + \frac{\pi}{3}) (\omega > 0)$  的最小正周期为  $\pi$ ，则  $\omega = \underline{1}$ 。

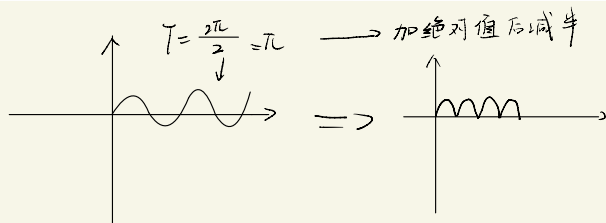
$$T = \frac{2\pi}{2\omega} = \pi \text{ 则 } \omega = 1$$

【例 2】函数  $y = 2\cos(3x - \frac{\pi}{6})$  的最小正周期为\_\_\_\_\_。

$$T = \frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$$

$\omega$  若为负数，须带上绝对值。

【例 3】函数  $y = \left| \sin(2x - \frac{\pi}{3}) \right|$  的最小正周期为  $\underline{\frac{\pi}{2}}$ 。



【例 4】函数  $y = 2\sin(2x - \frac{\pi}{4}) - 1$  的单调递减区间是  $[k\pi - \frac{7\pi}{8}, k\pi + \frac{3\pi}{8}]$

$$\therefore y = \sin u \quad u = 2x - \frac{\pi}{4}$$

单调递增

$$\therefore \text{单调区间为} \quad \begin{aligned} 2k\pi - \frac{\pi}{2} &\leq 2x - \frac{\pi}{4} \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 2k\pi - \frac{\pi}{4} &\leq 2x \leq 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \\ k\pi - \frac{\pi}{8} &\leq x \leq k\pi + \frac{3\pi}{8} \end{aligned}$$

此类函数一定要确保X前面的是正的 如果X前面的是负的 请用诱导公式里面的办法将它变成正的 或者用奇偶性将它变成正的

【例 5】函数  $y = 2\sin(\frac{\pi}{6} - 2x) + 1$  的单调递减区间是\_\_\_\_\_.

=> 用诱导公式变为  $y = -2\sin(2x - \frac{\pi}{6})$

$$y = -\sin u \quad u = 2x - \frac{\pi}{6}$$

$\therefore$  当  $\sin u$  单调递增时, 整个函数单调递减

$$\begin{aligned} 2k\pi - \frac{\pi}{2} &\leq 2x - \frac{\pi}{6} \leq 2k\pi + \frac{1}{2}\pi \\ 2k\pi - \frac{2\pi}{3} &\leq 2x \leq 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \\ k\pi - \frac{\pi}{3} &\leq x \leq k\pi + \frac{\pi}{3} \end{aligned}$$

【例 6】函数  $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3})$  ( $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ) 的单调递增区间是\_\_\_\_\_.

$$|k|: 2k\pi - \frac{\pi}{2} \leq 2x + \frac{\pi}{3} \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad \therefore k\pi - \frac{5\pi}{12} \leq x \leq k\pi + \frac{\pi}{12}$$

$$k=0: [-\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{12}]$$

$$\begin{aligned} 0 &\leq 2x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 &\leq 2x \leq \frac{\pi}{6} \\ 0 &\leq x \leq \frac{\pi}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |k|: y = 2\sin u \quad u = 2x + \frac{\pi}{3} \\ u \in [\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}] \\ \frac{\pi}{3} \leq 2x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{2\pi}{3} \quad \therefore 0 \leq x \leq \frac{\pi}{12} \end{aligned}$$



【例 7】 $y = 1 - \cos(\frac{\pi}{3} - 2x)$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) 的单调递增区间是\_\_\_\_\_.

$$\begin{aligned} y &= \cos u \\ u &= 2x - \frac{\pi}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2k\pi - \frac{\pi}{2} &\leq 2x - \frac{\pi}{3} \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 2k\pi + \frac{\pi}{6} &\leq 2x \leq 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \\ k\pi + \frac{\pi}{12} &\leq x \leq k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{aligned}$$

$$k=0 \text{ 时, } x \in [\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}] \Rightarrow x \in [\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}]$$

【例 8】函数  $y = 2\sin(3x + \frac{\pi}{4} - 1)$  的对称轴方程是         ，对称中心坐标是  $(\frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{12}, -1)$ ， $k \in \mathbb{Z}$

对对称中心有影响，对对称轴无影响

$$3x + \frac{\pi}{4} = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$3x + \frac{\pi}{4} = k\pi \quad \therefore x = \frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{12}$$

【例 9】函数  $y = -\cos(2x + \frac{\pi}{3} - 1)$  的对称轴方程是  $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$ ，对称中心坐标是  $(\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6}, -1)$

$$2x + \frac{\pi}{3} = k\pi$$

$$2x = (k - \frac{1}{3})\pi$$

$$2x = \frac{3k-1}{3}\pi$$

$$x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$$

$$\left( \frac{k\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}}{2}, -1 \right)$$