



【例 1】函数 $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ 的单调递增区间是 $[3, +\infty)$

$\therefore \log_a x$ 在 $a > 1, x > 0$ 时单调递增

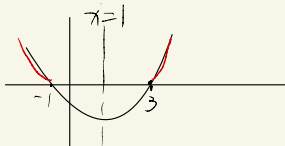
使 $(x^2 - 2x - 3)$ 为 t , 当 t 也单调递增时, $\log_2 t$ 也单调递增

$$x^2 - 2x - 3 > 0$$

$$(x-3)(x+1) > 0$$

$$x > 3 \text{ 或 } x < -1$$

当 $x > 3$ 时, $x^2 - 2x - 3$ 单调递增



如 $\log_a(f(x))$ 一类的为复合函数

需拆开 ($\log_a u$ 和 $f(x)$) $\rightarrow$ 遵从同增异减

同增异减 (两个函数的单调性)

【例 2】函数 $y = (\log_{\frac{1}{2}} x)^2 - 2\log_{\frac{1}{2}} x - 1$ 的单调递减区间是 _____.

设 $\log_{\frac{1}{2}} x = t, x \in (0, +\infty)$

$$y = t^2 - 2t - 1 = (t-1)^2 - 2$$

t 在 $(0, +\infty)$ 上时为单调递减

根据同增异减原则, 需求 $t^2 - 2t - 1$ 的单调递增区间

$t > 1$ 时单调递增

$$\log_{\frac{1}{2}} x \geq 1$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}$$

$$x \leq \frac{1}{2}$$

$\therefore$ 区间为 $(0, \frac{1}{2})$

【例 3】函数 $y = \log_a(2-ax)$ 在 $[0,1]$ 上单调递减，则 a 的取值范围是 $(1,2)$ 。

$$\textcircled{1} y = \log_a u \quad u = 2-ax, \quad a > 0 \text{ 且 } a \neq 1$$

可以得出 $a > 1$ (同增异减)

② 函数需要在 $[0,1]$ 上有意义, $u > 0$

$$\forall x \in [0,1], \quad 2-ax > 0$$

$$\therefore x=1 \text{ 时}, \quad 2-ax > 0$$

$$2-a > 0$$

$$a < 2$$

【例 4】若函数 $f(x) = \ln(x^2 - ax + 3a)$ 在 $[2, +\infty)$ 上是增函数，则实数 a 的取值范围是 $[-4, 4]$

$$y = \ln u, \quad u = x^2 - ax + 3a, \quad u > 0$$

↙ ↘
不增不減

① 根据同增异减, $x^2 - ax + 3a$ 取增函数

$$x = \frac{-a}{-2} \leq 2$$

$$\frac{a}{2} \leq 2$$

$$a \leq 4$$

$$\textcircled{2} \forall x \geq 2, \quad x^2 - ax + 3a > 0$$

$$4 - 2a + 3a > 0$$

$$a > -4$$