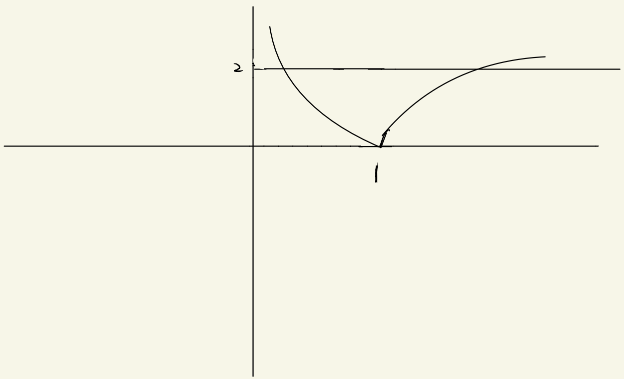
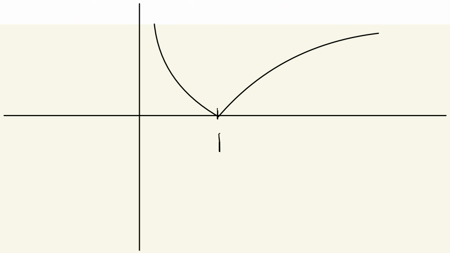
【例 1】（多选）已知函数 $f(x)=|\log_2 x|$ 的值域是 $[0,2]$，则其定义域可能是（ BC ）

（A）$[\frac{1}{8},4]$　（B）$[\frac{1}{4},4]$　（C）$[\frac{1}{4},2]$　（D）$[\frac{1}{2},2]$

$a=2$



【例 2】已知函数 $f(x)=|\lg x|$，若 $a<b$，且 $f(a)=f(b)$，则 $2a+b$ 的最小值是_____.



$\because \lg a = \lg b > 0$ ，$a<b$ 且 $f(a)=f(b)$

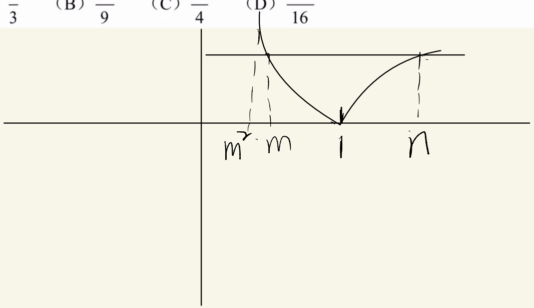
$\therefore\ b=\frac{1}{a}$

$2a+b = 2a+\frac{1}{a} = 2(a+\frac{\frac{1}{2}}{a})$

$(2a+b)_{min} = 2\times 2\sqrt{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$

【例 3】已知函数 $f(x)=|\log_3 x|$，若正实数 $m,n(m<n)$ 满足 $f(m)=f(n)$，且 $f(x)$ 在 $[m^2,n]$ 上的最大值为 2，则 $n-m=$（ A ）

（A）$\frac{8}{3}$　（B）$\frac{80}{9}$　（C）$\frac{15}{4}$　（D）$\frac{255}{16}$



$|\log_3 x| = 2 \Rightarrow \log_3 x = \pm 2$ ，$x = 9$ 或 $\frac{1}{9}$

$\because m<0$

$\therefore m^2<m$

$\therefore f(m^2) > f(n)$

$\therefore m^2 = \frac{1}{9}$ ，$m=\frac{1}{3}$

$\therefore n=3$

$n-m=\dfrac{8}{3}$

【例 4】若当 $x\in[-2,-1]$ 时，总有 $|\log_a(x+3)|<2$，则实数 a 的取值范围是 $\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup(\sqrt{2},+\infty)$

设 $x+3=t$

$t\in[1,2]$

$\forall t\in[1,2]$, $|\log_a t|<2$

$\therefore |t_{max}|<2$

$-2<\log_a 2<2$

转化为：$\log_a\frac{1}{a^2}<\log_a 2<\log_a a^2$

当 $0<a<1$ 时，$\frac{1}{a^2}>2>a^2$

$$\begin{cases}\frac{1}{a^2}>2\\0<a<1\\a^2<2\end{cases}\quad\begin{cases}1>2a^2=-\frac{\sqrt{2}}{2}<a<\frac{\sqrt{2}}{2}\\0<a<1\\-\sqrt{2}<a<\sqrt{2}\end{cases}\quad\Rightarrow\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

当 $a>1$ 时，$\frac{1}{a^2}<2<a^2$

$$\begin{cases}\frac{1}{a^2}<2\\a>1\\a^2>2\end{cases}\quad\begin{cases}a>\frac{\sqrt{2}}{2}\text{或}a<-\frac{\sqrt{2}}{2}\\a>1\\a>\sqrt{2}\text{或}a<-\sqrt{2}\end{cases}\quad\Rightarrow(\sqrt{2},+\infty)$$