



1. 对数的概念：一般地，若 $a^x = N$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)，则 x 叫做以 a 为底 N 的对数，记作 $x = \log_a N$ ，其中 a 叫做对数的底数， N 叫做对数的真数。

2. 对数的基本性质： $\log_a 1 = 0$ ， $\log_a a = 1$ ， $a^{\log_a N} = N$ ，其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ， $N > 0$ 。

$$(1) \log_a M + \log_a N = \log_a (MN); (2) \log_a M - \log_a N = \log_a \frac{M}{N}; \quad \log_{10} x = \lg x$$

$$(3) \log_a M^n = n \log_a M; (4) \log_{a^m} M^n = \frac{n}{m} \log_a M.$$

4. 换底公式： $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ ，其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ， $c > 0$ 且 $c \neq 1$ 。

5. 换底公式特殊情况： $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ ，其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ， $b > 0$ 且 $b \neq 1$ 。

$e = 2.71828 \dots$ → 以无理数 e 为底的叫自然对数写作 $\ln x$
 $\ln x = \log_e x$

$$(1) \log_3 (27 \times 9^2); (2) \lg 5 + \lg 2; (3) \ln 3 + \ln \frac{1}{3}; (4) \log_3 5 - \log_3 15.$$

$$(1) \log_3 (27 \times 9^2) = \log_3 (3^3 \times 3^4) = 7 \quad (2) \lg 5 + \lg 2 = \lg (5 \times 2) = 1 \quad (3) \ln (3 \times \frac{1}{3}) = \ln 1 = 0 \quad (4) \log_3 5 - \log_3 15 = \log_3 (\frac{5}{15}) = \log_3 (\frac{1}{3}) = -1$$

$$(1) 4\lg 2 + 3\lg 5 - \lg \frac{1}{5}; (2) \frac{\lg \sqrt{27} + \lg 8 - 3\lg \sqrt{10}}{\lg 1.2}; (3) 2\log_3 2 - \log_3 \frac{32}{9} + \log_3 8 - 5^{\log_3 3}.$$

$$\begin{aligned} (1) & 4\lg 2 + 3\lg 5 - \lg \frac{1}{5} \\ &= \lg 2^4 + \lg 5^3 - \lg \frac{1}{5} \\ &= \lg \left(\frac{2^4 \cdot 5^3}{\frac{1}{5}} \right) \\ &= 4 \\ (2) & \frac{\lg \sqrt{27} + \lg 8 - 3\lg \sqrt{10}}{\lg 1.2} \\ &= \frac{\lg 3^{\frac{3}{2}} + \lg 2^3 - \lg 10^{\frac{3}{2}}}{\lg 1.2} \\ &= \frac{\lg 3^{\frac{3}{2}} + 3\lg 2 - \frac{3}{2}}{\lg 1.2 - \lg 1.0} \\ &= \frac{\lg 3^{\frac{3}{2}} + 3\lg 2 - \frac{3}{2}}{\lg (1.2/1)} - 1 \\ &= \frac{\frac{3}{2}\lg 3 + 3\lg 2 - \frac{3}{2}}{\lg 3 + 2\lg 2 - 1} \\ &= \frac{\frac{3}{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) & \log_3 4 - \log_3 \frac{32}{9} + \log_3 8 - 5 \\ &= \log_3 \frac{4 \times 8}{\frac{32}{9}} - 5 \\ &= 2 - 5 \\ &= -3 \end{aligned}$$

$$(1) \log_2 3 \times \log_3 4 \times \log_4 5 \times \log_5 2;$$

$$(2) 2(\log_4 3 + \log_8 3)(\log_3 2 + \log_9 2).$$

$$\begin{aligned} (1) & \log_2 3 \times \log_3 4 \times \log_4 5 \times \log_5 2 \quad (\text{先将底数换为相同的}) \\ &= \frac{\lg 3}{\lg 2} \times \frac{\lg 4}{\lg 3} \times \frac{\lg 5}{\lg 4} \times \frac{\lg 2}{\lg 5} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & 2(\log_4 3 + \log_8 3)(\log_3 2 + \log_9 2) \\ &= 2\left(\log_2 3 + \log_3 3\right)\left(\log_3 2 + \frac{1}{2}\log_3 2\right) \\ &= 2 \cdot \frac{5}{6} \log_2 3 \cdot \frac{3}{2} \log_3 2 \\ &= 2 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{\lg 3}{\lg 2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{\lg 2}{\lg 3} \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

【例 6】已知 $\lg 2 = a$, $\lg 3 = b$, 用 a 和 b 表示下列各式:

$$(1) \lg 6; (2) \log_3 4; (3) \log_2 12; (4) \lg \frac{3}{2}.$$

$$(1) \lg 6 = \lg 2 + \lg 3$$

$$(2) \lg_3 4 = \frac{\lg 4}{\lg 3} = \lg 4 - \lg 3 = 2\lg 2 - \lg 3$$

$$(3) \lg_2 12 = \frac{\lg 12}{\lg 2} = \lg 12 - \lg 2 = \lg(3 \times 4) - \lg 2 = \lg 2 + \lg 3$$

$$(4) \lg \frac{3}{2} = \lg 3 - \lg 2$$

【例 9】若 $3^a = 4^b = 12^c$ ，且 $abc \neq 0$ ，则 $\frac{c}{a} + \frac{c}{b} =$ ()

连升. 连比 $\rightarrow$ 设 k

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

$$3^a = 4^b = 12^c = t$$

$$\frac{c}{a} + \frac{c}{b} = \frac{\lg t}{\lg 3} + \frac{\lg t}{\lg 4}$$