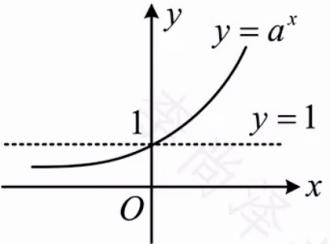
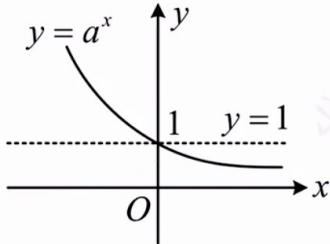




1. 指数函数的概念：一般地，函数 $y = a^x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 叫做指数函数，其中 x 是自变量， a 是常数。

2. 指数函数 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象性质：

$y = a^x$	$a > 1$	$0 < a < 1$
图象		
定义域	$\mathbf{R}$	
值域	$(0, +\infty)$	
性质	过点 $(0, 1)$ ，即当 $x = 0$ 时， $y = 1$	
	当 $x > 0$ 时， $y > 1$ ； 当 $x < 0$ 时， $0 < y < 1$	当 $x > 0$ 时， $0 < y < 1$ ； 当 $x < 0$ 时， $y > 1$
	在 $\mathbf{R}$ 上单调递增	在 $\mathbf{R}$ 上单调递减

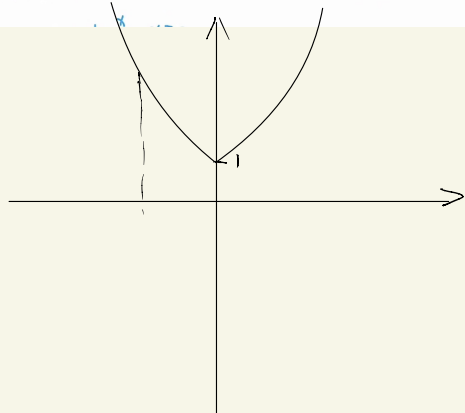
【例 1】(多选) 下列函数中, 是指数函数的有 ()

$$y = x \quad y = x$$

- (A) $y = 3^x$ (B) $y = \pi^x$ (C) $y = -2^x$ (D) $y = 2^{-x}$

$$y = (2^{-1})^x = (\frac{1}{2})^x$$

【例 6】定义区间 $[m, n] (m < n)$ 的长度为 $n - m$. 已知函数 $y = 2^{|x|} (a \leq x \leq b)$ 的值域为 $[1, 4]$, 则区间 $[a, b]$ 的长度的最大值与最小值之差为 2.



$$y = \begin{cases} 2^x & (x \geq 0) \\ (\frac{1}{2})^x & (x < 0) \end{cases}$$

$\therefore$ 值域为 $[1, 4]$

$\therefore x$ 为 0

$\therefore a \leq 0 \quad b \geq 0$

$\therefore [a, b]_{\min} = 2$

$[a, b]_{\max} = 4$

【例 7】求下列函数的值域: (1) $y = \sqrt{2 - 2^x}$; (2) $y = (\frac{1}{2})^{x^2 - 2x - 1}$; (3) $y = 4^x - 2^{x+1} - 2$.

$$(1) \quad 2 - 2^x \geq 0 \Rightarrow 2^x \leq 2 \Rightarrow 2^x \in [0, 2] \\ x \leq 1 \Rightarrow 2 - 2^x \in [0, 2] \Rightarrow \sqrt{2 - 2^x} \in [0, \sqrt{2}]$$

$$(2) \quad y = (\frac{1}{2})^{(x-1)^2 - 2} = (\frac{1}{2})^t, \quad t \geq -2 \Rightarrow y \in [4, 1)$$

【例 2】解不等式: (1) $2^x > (\frac{1}{4})^{x-3}$; (2) $0.2^x < 125$.

解指数不等式 $\rightarrow$ 化同底, 利用单调性

解: (1) $2^x > (\frac{1}{4})^{x-3} \Leftrightarrow 2^x > (2^{-2})^{x-3} \Leftrightarrow 2^x > 2^{6-2x} \quad y=2^x \text{ 在 } \mathbb{R} \text{ 上 } \uparrow$
 $x > 6-2x \quad \therefore 3x > 6 \quad \therefore x > 2$

(2) $0.2^x < 125$
 $(\frac{1}{5})^x < 5^3$
 $5^{-x} < 5^3$
 $-x > 3$
 $x < -3$

【例 3】已知函数 $f(x) = \begin{cases} (\frac{1}{2})^x - 7, & x < 0 \\ \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$, 若 $f(a) < 1$, 则实数 a 的取值范围是 (C)

(A) $(-\infty, -3)$ (B) $(1, +\infty)$ (C) $(-3, 1)$ (D) $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$

① $x < 0$ 时, $(\frac{1}{2})^x > 1$
 $2^{-a} < 8$
 $2^{-a} < 2^3$
 $0 < -a < 3$
 $0 > a > -3$

② $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a} \leq 1$
 $0 \leq a < 1$

$\therefore a \in (-3, 1)$