

2014 AMC 10 A 解答

第 1 题

考点：算术

解答：

$$\begin{aligned}10 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right)^{-1} &\Rightarrow 10 \cdot \left(\frac{5}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10}\right)^{-1} \\&\Rightarrow 10 \cdot \left(\frac{5+2+1}{10}\right)^{-1} \Rightarrow 10 \cdot \left(\frac{8}{10}\right)^{-1} \Rightarrow 10 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} \Rightarrow 10 \cdot \frac{5}{4} \\&\Rightarrow \frac{50}{4} \Rightarrow \boxed{(C) \frac{25}{2}}\end{aligned}$$

第 2 题

考点：算术

解答：把每罐猫粮的量看成是 1，则猫一天吃 $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$ ，那么总量为 6 的猫粮

可以吃 $6 \div \frac{7}{12} = \frac{72}{7} = 10\frac{2}{7}$ 天，则在第 11 天吃完，第 11 天是周四，选 C。

第 3 题

考点：算术

解答：这天的营业额为 $2.5 \times 24 + \frac{2.5}{2} \times 16 + 1 \times 8 = 60 + 20 + 8 = 88$ 美元。而总成本是

$0.75 \times 48 = 36$ 美元，因此利润是 $88 - 36 = 52$ 美元，选 E。

第4题

考点：排列组合

解答：因为蓝房和黄房不相邻，因此根据它们中间的房子数分类讨论。

1. 它们之间相隔1套房子。可能是桔色，也可能是红色，2种方法。当确定这套房子的颜色后，另一套房子只有1种安排方法，因此总共2种方法。它们是：桔蓝红黄，以及，蓝桔黄红。

2. 它们之间相隔2套房子。只可能桔色排在红色之前，1种方法。

综上，总的方法数是3个，选B。

第5题

考点：数据分析（平均数和中位数）

解答：不失一般性，假设共20个学生参加考试，那么2个学生得到70分，7个学生得到80分，6个学生得了90分，5个学生得了100分。因此平均值为87

分，中位数为90分。答案为 $90 - 87 = 3 \Rightarrow \boxed{(C) 3}$

第6题

考点：代数（比例）

解答：每头牛每天产奶 $\frac{b}{ac}$ 加仑，那么d头牛e天内产奶

$$\boxed{(A) \frac{bde}{ac}}$$

第7题

考点：代数（不等式）

解答：因为足 $x < a$ 且 $y < b$ ，将两个不等式相加，得到 (I) $x + y < a + b$ ，正确。为了说明其他错误，我们举反例。令 $x = -3, y = -4, a = 1, b = 4$ 。根据 (II)，则 $x - y < a - b \implies -3 - (-4) < 1 - 4 \implies 1 < -3$ 矛盾，因此 (II) 错误。根据 (III)， $xy < ab \implies (-3) \cdot (-4) < 1 \cdot 4 \implies 12 < 4$ ，矛盾，因此 (III) 错误。根据 (IV)， $\frac{x}{y} < \frac{a}{b} \implies \frac{-3}{-4} < \frac{1}{4} \implies 0.75 < 0.25$ 矛盾，因此 (IV) 错误。所以只有 1 个正确，选 **(B) 1**。

第8题

考点：数论（完全平方）

解答：注意到对所有的正整数 n ，我们有

$$\frac{n!(n+1)!}{2} \implies \frac{(n!)^2 \cdot (n+1)}{2} \implies (n!)^2 \cdot \frac{n+1}{2}, \text{ 要使得此数是个完全平方}$$

数，只需要使得 $\frac{n+1}{2}$ 是个完全平方数。选项 A 到 E 中，分别对应 $n=14, 15, 16, 17, 18$ ，

只有当 $n=17$ 时， $\frac{n+1}{2}=9$ 是个完全平方数。因此答案选 **(D) $\frac{17!18!}{2}$**

第9题

考点：平面几何（勾股定理）

解答：我们求得三角形的面积为 $\frac{6 \times 2\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ ，由勾股定理，三角形的斜边

长为 $\sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 6^2} = 4\sqrt{3}$ ，令 h 为斜边上的高，因此

$$\frac{4\sqrt{3}h}{2} = 6\sqrt{3} \implies h = \frac{6 \cdot 2}{4} \implies h = \boxed{(C) 3}$$

第 10 题

考点：数据分析（平均值）

解答：由已知条件， $b = \frac{a + a + 1 + a + 2 + a + 3 + a + 4}{5} \implies b = a + 2$ 。

以 b 开头的 5 个连续的整数为 $a+2, a+3, \dots, a+6$ ，它们的平均值为

$$\frac{a+2 + a+3 + a+4 + a+5 + a+6}{5} = a+4, \text{ 选 } \boxed{(B) a+4}$$

第 11 题

考点：代数（不等式）

解答：令标价为 x 。因为选项答案均大于 100，因此假设 $x > 100$ 。因此使用优惠券后价格分别优惠了：

优惠券 1: $x \times 10\% = .1x$ 美元

优惠券 2: 20 美元

优惠券 3: $18\% \times (x - 100) = .18x - 18$ 美元

要使得优惠券 1 比其他两个优惠券的优惠力度更大，我们要求：

$$.1x > 20 \implies x > 200 \text{ 并且}$$

$$.1x > .18x - 18 \implies .08x < 18 \implies x < 225, \text{ 满足条件的只有选项}$$

(C) \$219.95。

第 12 题

考点：平面几何（面积）

解答：此六边形可以分割成 6 个边长为 6 的正三角形，因此六边形的面积是

$6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 6^2 = 54\sqrt{3}$ 。因为每个扇形的圆心角为六边形的内角，即 120° ，因此扇形

的面积为所在圆的面积的 $\frac{1}{3}$ ，所以每个扇形的面积为 $\frac{9\pi}{3} = 3\pi$ ，那么所有 6 个扇

形的面积之和为 $6 \times 3\pi = 18\pi$ 。因此阴影部分面积是 (C) $54\sqrt{3} - 18\pi$

第 13 题

考点：平面几何（面积）

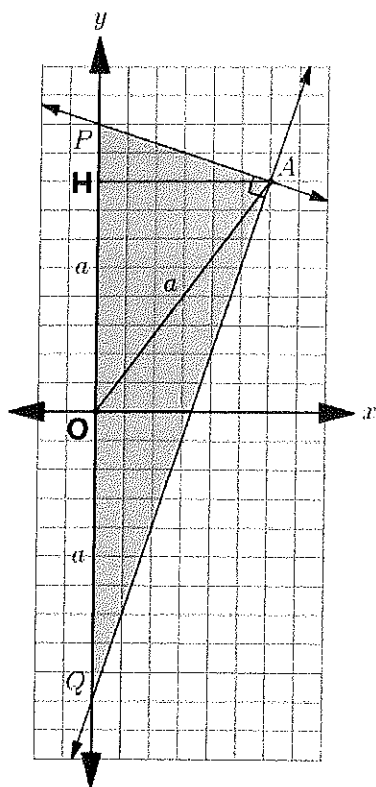
解答：等边三角形的面积是 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ，三个正方形的面积之和为 $3 \times 1 = 3$ 。三个等腰三角形均全等，而因为 $\angle EAF = 120^\circ$ ，所以

$S_{\triangle EAF} = \frac{1}{2} AE \cdot AF \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ，所以三个等腰三角形面积之和为

$3 \cdot S_{\triangle EAF} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ 。那么六边形的面积是 $\frac{\sqrt{3}}{4} + 3 + \frac{3\sqrt{3}}{4} = 3 + \sqrt{3}$ ，选 C。

第 14 题

考点：平面几何（勾股定理）



解答:由题意得, $AH=6$, $OH=8$.由勾股定理(pythagorean theorem), $AO=10$.因为在直角三角形 APQ 中, O 为 PQ 中点, 所以 $PQ=2AO=20$.因此

$$S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} \cdot PQ \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 6 = 60$$

Answer: D

第 15 题

考点:代数(列方程解应用题)

解答:注意到, 在他开了 1 小时后, 他的车速提高 15 英里每小时变成了 50 英里

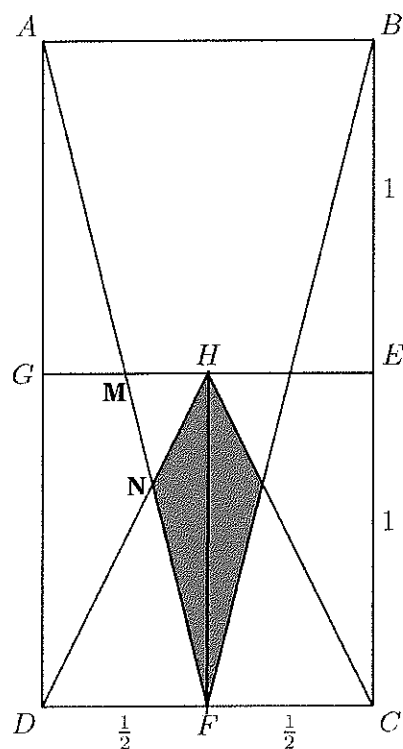
每小时。令 d 为 1 小时后他还需要行驶的距离。我们有 $\frac{d}{50} + 1.5 = \frac{d}{35}$, 因为加速后会比原来提前 1.5 小时。化简得, $7d + 525 = 10d$, 解得, $d = 175$ 。因

此总路程为 $175+35=\boxed{(C) 210}$ 英里。

第 16 题

考点：平面几何

解答：



连接 FH 。不难证明， $\triangle MHF \cong \triangle MGA$ ，因此 $MH = GM = \frac{1}{2}GH = \frac{1}{2}DF$ ，所以

$$\frac{NH}{DN} = \frac{MH}{DF} = \frac{1}{2}。而 \frac{S_{\triangle HNF}}{S_{\triangle DNF}} = \frac{HN}{ND} = \frac{1}{2}，所以$$

$$S_{\triangle HNF} = \frac{1}{3}S_{\triangle DNF} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot DF \cdot HF = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{12}，那么阴影部分的面积是$$

$$2 \cdot S_{\triangle HNF} = \frac{1}{6}，选 E。$$

第 17 题

考点：概率

解答：首先，选定一个骰子 A，使得它的数是其他两个骰子之和。当和为 2, 3, 4, 5, 6 时，其他 2 个骰子上的数分别有 1, 2, 3, 4, 5 种情况。而每个骰子上数分别都有 6 种情况，因此骰子 A 上的数是其他两个之和的概率为

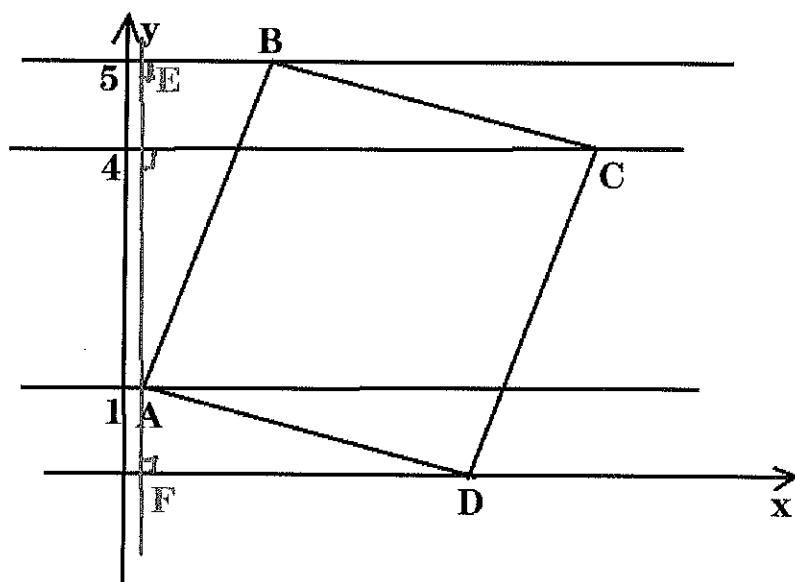
$$\frac{1+2+3+4+5}{6^3} = \frac{15}{216} = \frac{5}{72}。而选择骰子 A 有 3 种选择方法，因此最终概率为$$

$$P = 3 \cdot \frac{5}{72} = \frac{5}{24}，选 D。$$

第 18 题

考点：相似三角形

解答：



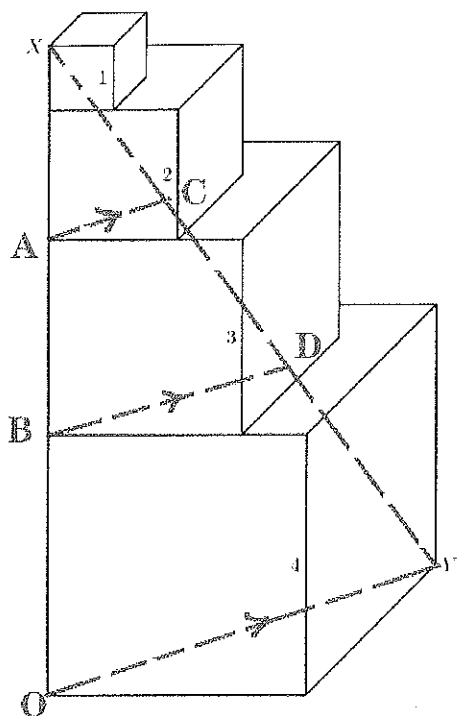
过 A 作垂直于 x 轴的直线交直线 $y=5$ 于 E，直线 $y=0$ 于 F。不难证明，

$\triangle ABE \cong \triangle ADF$ ，所以 $FD = AE = 4$ ，在直角 $\triangle AFD$ 中，

$AD^2 = FD^2 + AF^2 = 16 + 1 = 17$ ，因此正方形 ABCD 的面积是 $AD^2 = 17$ 。选 B。

第 19 题

考点：立体几何



解答：连接 XY 交边长为 3 的正方体的顶面于 C，边长为 4 的正方体的顶面于 D。

由相似， $\frac{AC}{OY} = \frac{XA}{XO} = \frac{3}{10}$ ，所以 $AC = \frac{3}{10}YO = \frac{3}{10} \cdot 4\sqrt{2} = \frac{6}{5}\sqrt{2} < 2\sqrt{2}$ ，所以 C 点位于

边长为 2 的正方形底面的内部。同理可证， $BD = \frac{3}{5}OY = \frac{12\sqrt{2}}{5} < 3\sqrt{2}$ 因此 D 也

在边长为 3 的正方体底面的内部。那么线段 CD 位于边长为 3 的正方体内部。

$\frac{CD}{XY} = \frac{AB}{OX} = \frac{3}{10}$ ，因此 $CD = \frac{3}{10}XY = \frac{3}{10} \cdot \sqrt{100+32} = \frac{3}{5} \cdot \sqrt{33}$ 。选 A。

第 20 题

考点：数列（找规律）

解答：我们先写出前几项的结果（当 k 分别为 1,2,3,4,...）：

$$8 \cdot 8 = 64$$

$$8 \cdot 88 = 704$$

$$8 \cdot 888 = 7104$$

$$8 \cdot 8888 = 71104$$

$$8 \cdot 88888 = 711104$$

显然，乘积结果是这样的形式：7后面跟 $k-2$ 个1以及04。因为各位数字和为

1000，则 $7 + 4 + (k - 2) = 1000$ ，解得， $k = 991$ ，答案为 (D)。

第 21 题

考点：解析几何

解答：注意到，当 $y = 0$ ，两个方程的 x 值应该相等。我们有

$$0 = ax + 5 \implies x = -\frac{5}{a} \text{ 以及 } 0 = 3x + b \implies x = -\frac{b}{3}。 \text{ 因此}$$

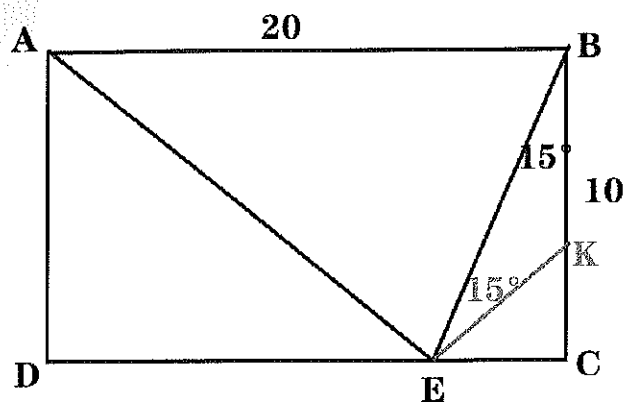
$$-\frac{5}{a} = -\frac{b}{3} \implies ab = 15。 \text{ 因此正整数对 } (a, b) \text{ 为}$$

$(a, b) = (1, 15), (3, 5), (5, 3), (15, 1)$ ，分别对应的 x 值是 $-5, -\frac{5}{3}, -1, -\frac{1}{3}$ ，和
为 (E) - 8。

第 22 题

考点：平面几何（特殊直角三角形）

解答：

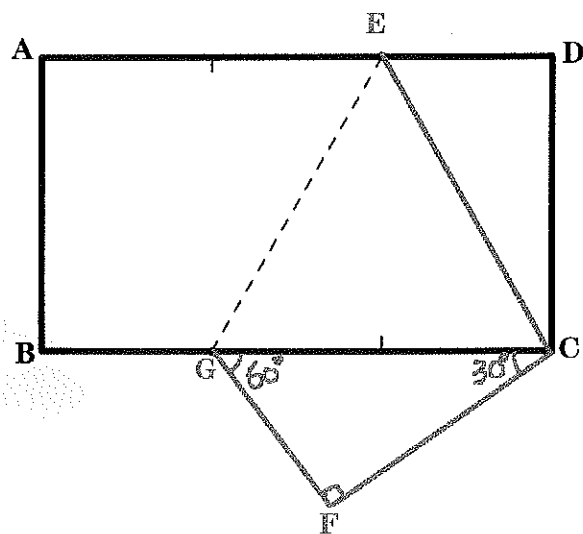


15° 不是特殊的角度，但它的 2 倍 30° 是特殊角，所以在 BC 上取一点 K，使得 $\angle BEK = 15^\circ$ 。因此 $\angle EKC = 30^\circ$ ，设 $EC = x$ ，则 $BK = EK = 2x$ ， $CK = \sqrt{3}x$ ，而 $CK + BK = BC = 10$ ，所以 $\sqrt{3}x + 2x = 10$ ，解得， $x = \frac{10}{2 + \sqrt{3}} = 10(2 - \sqrt{3})$ ， $DE = 20 - CE = 10\sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot AD$ ，那么 $\angle AED = 30^\circ$ ，而 $\angle BEC = 75^\circ$ ，所以 $\angle AEB = 75^\circ = \angle ABE$ ，因此 $AE = AB = 20$ ，选 E。

第 23 题

考点：平面几何

解答：



设矩形宽为 1, 长为 $\sqrt{3}$, 那么 $AE = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, 而直角三角形 CDE 中, $DE = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $CD = 1$,

因此 $\angle ECD = 30^\circ$, $CE = 2 \times ED = \frac{2\sqrt{3}}{3} = AE$, 那么折叠后, A 将落在 C 点, 折叠

后的图形如上图所示。因此 $B = S_{EDCG} + S_{\triangle FCG} = \frac{\left(\frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \times 1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times 1 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$,

而 $A = \sqrt{3}$, 则 $B:A=2:3$, 选 C.

第 24 题

考点: 数列

解答: 数列的前几项如下 (列成行):

1, 2, 3, 4

6, 7, 8, 9, 10

13, 14, 15, 16, 17, 18 等等.

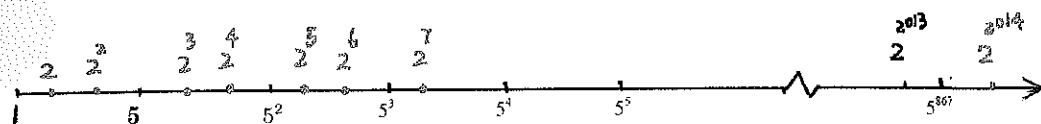
每行的数字个数递增 1, 由于 $4 + 5 + 6 + 7 + \dots + 999 = 499, 494$, 因此第 500, 000 个数是第 997 行的第 506 个数。第 996 行的最后一个数是 (算上跳过的
那些数: 第 1 行跳过 1 个数, 第 2 行跳过 2 个数, ... 第 996 行跳过 996 个数):
 $499, 494 + (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 996) = 996, 000$, 因此答案为

$$996, 000 + 506 = \boxed{(A) 996, 506}$$

第 25 题

考点: 幂, 思维能力, 解决问题的方法

解答:



有上图数轴可见,任何相邻的2个5的幂之间只有2个或者3个2的幂。反证法

证明如下:①假设 5^n 和 5^{n+1} 之间有4个2的幂,即 $5^n < 2^m < 2^{m+1} < 2^{m+2} < 2^{m+3} < 5^{n+1}$ 。

那么 $5^{n+1} - 5^n > 2^{m+3} - 2^m$, 即 $4 \times 5^n > 7 \times 2^m$, 所以 $\frac{5^n}{2^m} > \frac{7}{4} > 1$, 即 $5^n > 2^m$, 产生矛盾。

②假设 5^n 和 5^{n+1} 之间只有1个2的幂, 即 $2^{m-1} < 5^n < 2^m < 5^{n+1} < 2^{m+1}$ 。所以

$5^{n+1} - 5^n < 2^{m+1} - 2^{m-1}$, 即 $4 \times 5^n < 3 \times 2^{m-1}$, 因此 $\frac{5^n}{2^{m-1}} < \frac{3}{4} < 1$, 则 $5^n < 2^{m-1}$, 矛盾。

结论得证。

考虑区间 $(5^0, 5^1), (5^1, 5^2), \dots, (5^{866}, 5^{867})$ 。我们想求得含有3个2的幂的区间

个数。因为 $2^{2013} < 5^{867} < 2^{2014}$, 所以这867个区间上, 总共有2013个2的幂。

令其中 x 个区间有2个2的幂, y 个区间有3个2的幂。因此我们有如下方程组:

$$\begin{cases} x + y = 867 \\ 2x + 3y = 2013 \end{cases}$$

解得, $y = 279$, 选B。