

2021 AMC10A 春季试题解答

第 1 题

考点：简单算术

解答： $(2^2 - 2) - (3^2 - 3) + (4^2 - 4) = 2 - 6 + 12 = 8$, 选择 D

第 2 题

考点：简单算术

解答：假设 Lara 高中有 x 名学生，则 Portia 高中有 $3x$ 名学生。则

$x + 3x = 2600, x = 650$ ，所以 Portia 高中一共有 $3x = 3 \cdot 650 = 1950$ 人。

第 3 题

考点：简单代数

解答：由题意可知，其中一个数为另一个数的 10 倍，因此假设另一个数为 x ，则其

中一个数是 $10x$ ，那么 $10x + x = 17402$ ，解得， $x = 1582$ 。所以这 2 个数的差为

$10x - x = 9x = 9 \cdot 1582 = 14,238$ ，选择 D。

第 4 题

考点：等差数列

关键思路解析：第一秒路程是 5，后面每秒都比前面 1 秒多走 7，因此这是个等差

数列，题目要求的 30 秒后的总共距离，即指前 30 项之和 S_{30} 。

解答： $a_{30} = a_1 + (n-1)d = 5 + (30-1) \cdot 7 = 208$ ，所以

$$S_{30} = \frac{(a_1 + a_{30}) \cdot 30}{2} = \frac{(5 + 208) \cdot 30}{2} = 3195$$

Answer : D

第5题

考点: 简单代数

解答: k 名学生的总分为 $8k$, 而因为 12 名学生的总分为 $14 \times 12 = 168$, 所以剩余 $k-12$ 名学生的总分为 $8k-168$, 所以这 $k-12$ 名学生的平均分为: $\frac{8k-168}{k-12}$, 选择 B.

第6题

考点: 简单代数.

解答: 假设总路程为 s , 则 Chantal 从出发到相遇的时间即为 Jean 所行走的时间,

为 $\frac{s}{2 \cdot 4} + \frac{s}{2 \cdot 2} + \frac{s}{2 \cdot 3} = \frac{s}{8} + \frac{s}{4} + \frac{s}{6} = \frac{13s}{24}$, 而 Jean 所走的总路程为 $\frac{s}{2}$, 所以平均速度

为: $\frac{\frac{s}{2}}{\frac{13s}{24}} = \frac{12}{13}$ 英里每小时. 选择 A.

第7题

考点: 逻辑推理: 逆否命题

解答: A 错, 因为紫色的蛇不会做减法, 而不会减法的蛇也不会加法, 所以紫色的蛇不会加法。

B 错。这里我们用逆否命题(contrapositive)来证明。因为所有快乐的蛇都能做加法, 则和它等价的逆否命题是: 不会做加法的蛇一定不快乐。而紫色的蛇不会做加法, 所以紫色的蛇不快乐。

C 错。因为紫色的蛇不会加法, 那么和它等价的逆否命题是: 会加法的蛇不是紫色的。

D 对。因为紫色的蛇不快乐, 和它等价的逆否命题是: 快乐的蛇不是紫色的。

E 错。因为不会做减法的蛇也不会做加法，和它等价的逆否命题是：会做加法的蛇也会做减法。而因为快乐的蛇能做加法，所以快乐的蛇能做减法。

因此答案选 D.

第 8 题

考点：数论：循环小数（AMC10/12 双语教材第三章有讲述处理方法）

解答：设 $0.\overline{ab} = x$ ，则 $100x = ab.\overline{ab} = 10a + b + x$ ，所以 $99x = 10a + b$ 因为根据题意， $1.\overline{ab} \cdot 66 - 1.ab \cdot 66 = 0.5$ ，即 $0.00\overline{ab} \cdot 66 = 0.5$ ， $\frac{x}{100} \cdot 66 = 0.5$ ， $x = \frac{25}{33}$ ，因此 $10a + b = 99x = 75$ ，所以 $a = 7, b = 5$. 选择 E.

第 9 题

考点：代数（代数式变形，不等式）

解答： $(xy-1)^2 + (x+y)^2 = x^2y^2 + 1 + x^2 + y^2 = (x^2+1)(y^2+1) \geq 1$ ，只有当 $x=y=0$ 时取到等号. 选择 D.

第 10 题

考点：代数：运用平方差公式简便运算.

解答：

$$\begin{aligned} & (2+3)(2^2+3^2)(2^4+3^4)(2^8+3^8)(2^{16}+3^{16})(2^{32}+3^{32})(2^{64}+3^{64}) \\ &= \frac{(2-3)(2+3)(2^2+3^2)(2^4+3^4)(2^8+3^8)(2^{16}+3^{16})(2^{32}+3^{32})(2^{64}+3^{64})}{2-3} \\ &= -(2^{128}-3^{128}) = 3^{128}-2^{128} \end{aligned}$$

答案：C

第 11 题

考点: 数论: 进制

解答: b 进制数转化成 10 进制数为:

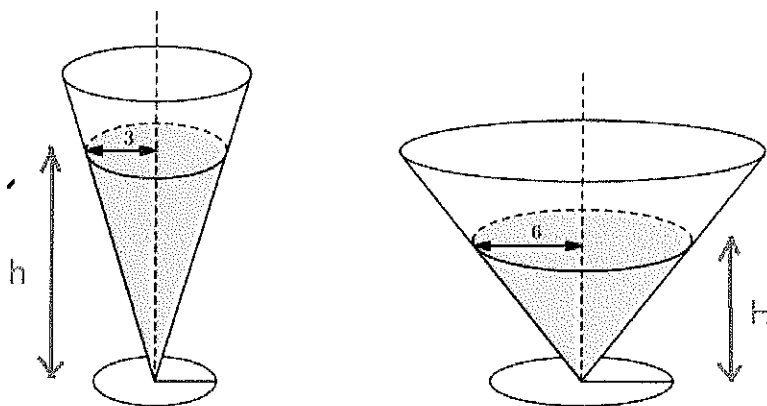
$$2021_b - 221_b = 2 \cdot b^3 + 2b + 1 - (2b^2 + 2b + 1) = 2b^2(b-1)$$

将选项 3, 4, 6, 7, 8 分别代入上式检验, 发现, 只有当 $b=8$ 时, 不能被 3 整除。所以

选 E.

第 12 题

考点: 立体几何: 相似形的体积之比为相似比的立方。



解答: 假设放入前液体体积 V , 放入后体积为 V' . 因为放入球体后液体所形成的

锥形和放入前成相似形, 所以 $\frac{V'}{V} = \left(\frac{h'}{h}\right)^3 = \left(\frac{H'}{H}\right)^3$, 因此 $\frac{h'}{h} = \frac{H'}{H}$, 即 $\frac{h'}{H'} = \frac{h}{H}$. 由于

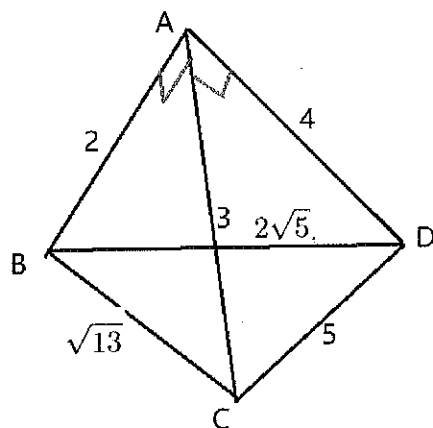
$V = \pi \cdot 3^2 h = \pi \cdot 6^2 H$, 所以 $\frac{h}{H} = \frac{4}{1}$, 那么, $\frac{h'}{H'} = \frac{h}{H} = \frac{4}{1}$. 根据等比性质,

$$\frac{h'-h}{H'-H} = \frac{h}{H} = \frac{4}{1}, \text{ 即 } \frac{\Delta h}{\Delta H} = \frac{4}{1}$$

Answer: E

第 13 题

考点: 立体几何: 线和面垂直的判断条件



关键思路解析:画图如上图所示,由勾股定理(pythagorean theorem),我们知道, $CA \perp DA$, $CA \perp AB$, 而 AB 和 AD 是平面 ABD 内的两条相交直线,所以 $AC \perp$ 平面 ABD .那么 AC 就是四面体的高, ABD 为底面,且 $\triangle ABD$ 为直角三角形,那么体积为:

$$V_{C-ABD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABD} \cdot AC = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 3 = 4$$

Answer: C

第 14 题

考点: 多项式韦达定理+数论

解答:这个多项式里只有 2 个系数是知道数值的,而题目中又提到了根是整数,所以想到用韦达定理联系两者关系.假设这 6 个整数根为: $r_1, r_2, \dots, r_6$, 所以得到

$$\begin{aligned} r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_6 &= 10 \\ r_1 r_2 r_3 \dots r_6 &= 16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \end{aligned}$$

所以这 6 个根分别是 2, 2, 2, 2, 1, 1. 那么原来多项式为

$$(z-2)^4(z-1)^2 = (z^4 - 8z^3 + 24z^2 - 32z + 16)(z^2 - 2z + 1),$$

通过观察,三次项系数为: $-8 - 48 - 32 = -88$, 因此 $B = -88$.

Answer: A

第15题

考点: 排列组合

关键思路解析: 两个抛物线要相交 $\Rightarrow Ax^2 + B = Cx^2 + D$, 即方程 $(A-C)x^2 = D-B$ 有解, 所以 $A > C, D > B$ 或者 $A < C, D < B$. 因为两条曲线列出的先后顺序不关心, 所以我们只需要考虑其中一种情况就可以了. 这是个组合问题.

解答: 因为需要 $A > C, D > B$, 所以 ABCD 都不相等. 那么第一步, 先从 1, 2, 3, 4, 5, 6 里选出 4 个数字, 有 $C_6^4 = 15$ 种方法. 第二步, 从这选出的 4 个数字里, 选出两个给 AC, 一共有 $C_4^2 = 6$ 种方法, 选出的大的给 A, 小的给 C. 剩余两个, 大的给 D, 小的给 B, 只有 1 种方法. 所以总共 $15 \cdot 6 = 90$ 种方法.

Answer: C

第16题

考点: 简单统计

解答: 先确定中位数的序号. 因为一共有 $1+2+3+4+\dots+200 = \frac{201 \cdot 200}{2} = 20100$

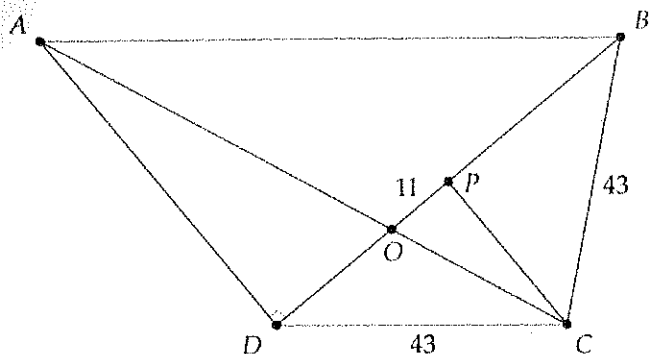
个. 所以中位数是第 10050 和第 10051 个数的平均值. 因为

$$1+2+3+\dots+141 = \frac{142 \cdot 141}{2} = 10011, \text{ 由此知道第 10050 和第 10051 个数都是 142,}$$

所以中位数为 142. 选择 C.

第17题

考点: 平面几何: 相似三角形



关键思路解析:我们先根据已知条件得到一些初步的结论.因为 $CD=CB$, 且 P 为 BD 的中点, 所以 $CP \perp BD$. 至此就存在 $\triangle CPD \sim \triangle ADB$ 且相似比为 $1:2$ (因为 $PD:BD=1:2$), 可以得到 $AB=2CD=86$. 设 $DO=x$, 若能求出 x , 那么 BD 的长度也就知道了, 放在直角三角形 ABD 中用勾股定理能得到 AD 的长度. 关于 x 的方程可以由 $\triangle CDO \sim \triangle ABO$ 得到.

解答: 设 $DO=x$, 由分析 $AB=86$ 且 $BP=DP=11+x$, 则 $BO=BP+PO=22+x$. 由 $\triangle CDO \sim \triangle ABO$, 得到, $\frac{AB}{CD} = \frac{BO}{DO}$, 即 $\frac{86}{43} = \frac{22+x}{x}$, 所以 $x=22$. 因此 $BD=22+2x=66$, 在直角三角形 ABD 中, 应用勾股定理, 得到, $AD=4\sqrt{190}$. 所以 $m+n=194$.

Answer: D

第 18 题

考点: 抽象函数

解答: 这里需要转变思路. 例如求 $f(\frac{17}{32})$, 不应该把它看成这个表达式

$f(a \cdot b) = f(a) + f(b)$ 中的 $f(a \cdot b)$, 而应该看成 $f(a)$ 或 $f(b)$.

1. 因为 $f(17) = f(32 \cdot \frac{17}{32}) = f(2^5) + f(\frac{17}{32})$, 而

$f(2^5) = f(2) + f(2) + f(2) + f(2) + f(2) = 10$, 即 $17 = 10 + f(\frac{17}{32})$, 所以

$f(\frac{17}{32}) = 7 > 0$, A 错.

2. 因为 $f(11) = f(16 \cdot \frac{11}{16}) = f(2^4) + f(\frac{11}{16})$, 即 $11 = 8 + f(\frac{11}{16})$, 所以 $f(\frac{11}{16}) = 3 > 0$,

B 错。

3. 因为 $f(7) = f(9 \cdot \frac{7}{9}) = f(3^2) + f(\frac{7}{9})$, 即 $7 = 6 + f(\frac{7}{9})$, 所以 $f(\frac{7}{9}) = 1 > 0$, C 错。

4. 因为 $f(7) = f(6 \cdot \frac{7}{6}) = f(2) + f(3) + f(\frac{7}{6}) = 5 + f(\frac{7}{6})$, 即 $7 = 5 + f(\frac{7}{6})$, 所以 $f(\frac{7}{6}) = 2 > 0$, D 错。

5. 因为 $f(5^2) = f(11 \cdot \frac{25}{11}) = f(11) + f(\frac{25}{11})$, 即 $10 = 11 + f(\frac{25}{11})$, 所以 $f(\frac{25}{11}) = -1 < 0$,

E 对。

所以选择 E.

第 19 题

关键思路解析: 画图之前我们先根据方程得到图像的对称性信息. 用 $-x$ 代替 x ,

代入原方程, 得到, $x^2 + y^2 = 3|-x-y| + 3|-x+y|$, 即, $x^2 + y^2 = 3|x+y| + 3|x-y|$,

仍然满足原方程, 说明图像关于 y -轴对称. 同理, 用 $-y$ 代替 y , 得到,

$x^2 + y^2 = 3|x+y| + 3|x-y|$, 即仍然满足原方程, 说明图像关于 x -轴对称. 因此我

们只需要画出图像在第一象限的部分, 其他部分对称得到即可.

解答: 在第一象限(the first quadrant)时, 若 $x > y$, 则方程变为:

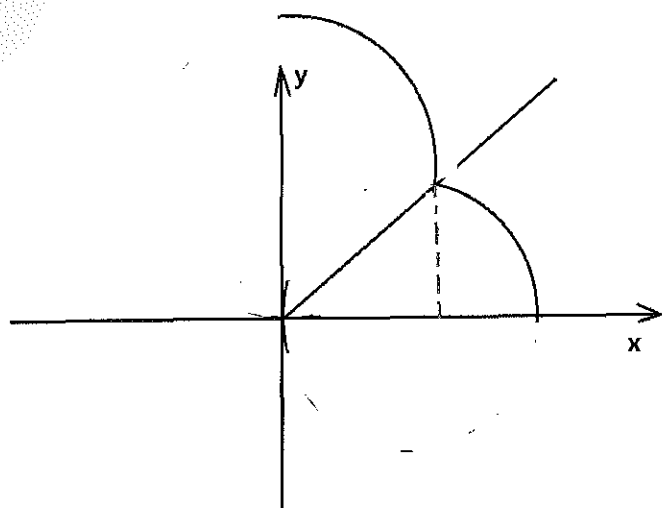
$x^2 + y^2 = 3(x+y) + 3(x-y)$, 即 $x^2 + y^2 = 6x$, 整理, 得, $(x-3)^2 + y^2 = 3^2$, 这代表

圆心在 $(3, 0)$, 半径为 3 的圆在第一象限中直线 $y=x$ 下方的部分; 同理, 若 $x < y$, 则

方程变为, $x^2 + y^2 = 3(x+y) + 3(y-x)$, 即, $x^2 + y^2 = 6y$, 整理, 得, $x^2 + (y-3)^2 = 3^2$,

这代表圆心在 $(0, 3)$, 半径为 3 的圆在第一象限中直线 $y=x$ 上方的部分. 图像在第

一象限的部分如下图所示:



其他象限可以通过对称得到.因此整个包围的面积是第一象限包围面积的 4 倍。

接下来我们首先算出第一象限的里曲线包围的面积: $y=x$ 下方的图形可以看成是

一个等腰直角三角形和一个圆心角为直角的扇形组成, 所以它们的面积之和

为: $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 + \frac{1}{4} \pi \cdot 3^2 = \frac{9}{2} + \frac{9}{4} \pi$, 所以题目要求的整个图形包围面积是此面积的 8 倍,

即, $36 + 18\pi$. $m+n=54$.

Answer: E

第 20 题

考点: 排列组合: PIE (关于 PIE 这个方法, 在 AMC10/12 双语教材排列组合那一章有详细讲解)

关键思路解析: 我们可以考虑反面: 存在连续 3 个数是升的(increasing)或者降的(decreasing).然后把总的减去反面, 即得到题目要求的答案.

在求存在连续 3 个数是升的(increasing)或者降的(decreasing), 可以用 PIE.

解答:

求反面情况, 即存在连续 3 个位置上的数, 是升数或者降数:

1. 先求存在1个连续3个数是升的还是降的,其他位不管:第一步,5个位置上,选择3个连续的位置:3种方法,第二步,这3个位置是升还是降?2种方法.第三步,这3个位到底填1,2,3,4,5中哪3个数? $C_5^3=10$ 种方法,第四步,其他两个位置填剩余两个数:2种方法.所以总共 $3 \times 2 \times 10 \times 2 = 120$ 种方法.

2. 再求存在两个连续3位数是升数或者降数.假设这5个位置分别为A,B,C,D,E.那么有3种情况:①ABC和BCD ②BCD和CDE ③ABC和CDE 先看第①种情况,ABC升还是降,有2种方法,ABC若是升,那么BCD就一定也是升,所以ABCD均是升,即从12345中选取4个数字,按照升序排列,有 $C_5^4=5$ 种方法.另外剩余E位置只有1种方法.所以总共10种方法.第②种情况和第①种情况类似,也是10种方法.对于第③种情况,可能ABC为升,CDE也是升,那么ABCDE都是升,只能是12345,有1种方法;也可能是ABC是降,CDE也是降,那么ABCDE都是降,有1种方法;也可能是ABC是升,CDE是降,那么C必定是最大数5,AB从剩余4个数里选择2个后再升序排,有 $C_4^2=6$ 种方法.CD此时只有1种方法,所以总共6种方法;也可能是ABC是降,CDE是升,那么C就是最小的数,和前一种类似,也有6种方法.所以第③种情况总共有 $1+1+6+6=14$ 种方法.

综上,①②③三种情况总的方法数是 $10+10+14=34$ 种方法.

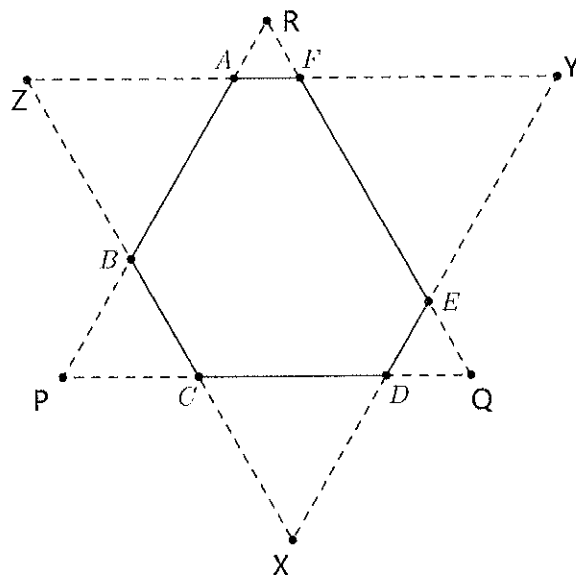
3. 有3个连续3位数是升或者降,只能是ABC,BCD,CDE.若ABC为升,那么BCD也为升,CDE也为升,即ABCDE=12345,只有1种方法;若ABC为降,只有54321一种情况.所以共有2种情况.

根据PIE,反面总的可能性是 $120-34+2=88$ 种.而总的可能是 $5!=120$ 种.所以符合题目要求的方法数是 $120-88=32$ 种.

Answer : D

第 21 题

考点： 平面几何：等边三角形面积公式



解答:

令 P, Q, R, X, Y, Z 分别为

$\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CD} \cap \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EF} \cap \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \cap \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DE} \cap \overrightarrow{FA},$ 和 $\overrightarrow{FA} \cap \overrightarrow{BC},$

的交点.

任何六边形的内角和为 720° . 因为六边形 $ABCDEF$ 是等角六边形, 所以每个内角大小为 $720^\circ \div 6 = 120^\circ$. 因此我们可得,

$\triangle PBC, \triangle QDE, \triangle RFA, \triangle XCD, \triangle YEF,$ 和 $\triangle ZAB$ 的内角均

为 60° . 所以这些三角形都是等边三角形. 由此我们知道, $\triangle PQR$ 和 $\triangle XYZ$ 也都是等边三角形.

因为已知

$$[PQR] = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot PQ^2 = 192\sqrt{3},$$

$$[XYZ] = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot YZ^2 = 324\sqrt{3},$$

因此得到 $PQ = 16\sqrt{3}$, $YZ = 36$,

那么 ABCDEF 的周长是:

$$\begin{aligned} AB + BC + CD + DE + EF + FA &= AZ + PC + CD + DQ + YF + FA \\ &= (YF + FA + AZ) + (PC + CD + DQ) \\ &= YZ + PQ \\ &= 36 + 16\sqrt{3}. \end{aligned}$$

答案为 $36 + 16 + 3 = \boxed{(C) 55}$.

第 22 题

考点: 代数和数论: 列不定方程解应用题.

解答: 假设借走了 n 页, 其中第一页的页码为 x 。因为

$1+2+3+4+\dots+50 = \frac{51 \cdot 50}{2} = 1275$. 而剩下 $50-n$ 页, 所以剩下页数的页码的总和

为 $19(50-n)$, 而借走的页码总和为 $x+(x+1)+(x+2)+\dots+(x+n-1) = \frac{(2x+n-1)n}{2}$,

因此 $19(50-n) + \frac{(2x+n-1)n}{2} = 1275$, 化简得, $n(n+2x-39) = 650$, 说明 n 是 650

的一个因子。观察选项, 只有 10 和 13 是 650 的因子。所以分别令 $n=10$ 和 $n=13$,

代入检验 x 即可.

若 $n=10$, 则 $10+2x-39=65, x=47$. 这不符题意, 因为从 47 页开始向后拿 10 张纸不够拿, 因为总共 50 页.

若 $n=13$, 则 $13+2x-39=50, x=38$. 符合题意。

所以总共拿了 13 张纸, 选择 B。

第 23 题

考点：概率：反面考虑

关键思路解析：题目要求 4 步内从中心位置到达某个角落的概率。这里可能 2 步就到了，可能 3 步才到，也可能 4 步才到，所以有 3 种情况，所以正面考虑的话就需要把每种情况的概率都算出来，然后相加。然而这每种情况的概率计算也不是那么容易的事情，这 3 种里的每一种情况又需要分成很多子情况，所以比较麻烦。正面情况太多时，我们可以反面考虑：考虑 4 步都无法到达角落的概率。

解答：为了方便说明问题，把整个图形补

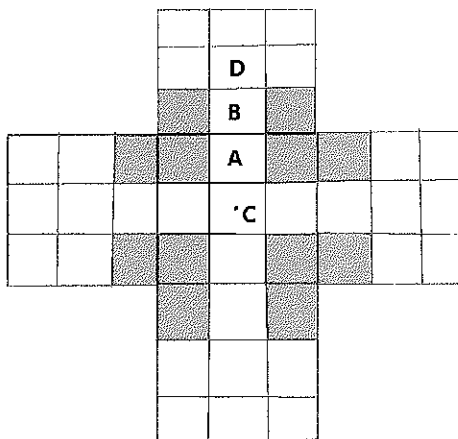
齐如右图。我们来看为了让青蛙 4 步跳完

都无法到达角落，有多少种跳法。首先，

青蛙从中心 C 点出发，四周的点都可以随

便跳，概率为 1。比如跳到 A 点，那么剩下 3

步有多少种跳法呢？如下所示：



$$A \begin{cases} C \rightarrow \text{任何一点 (例如 A)} \rightarrow B \text{ 或 } C \\ B \begin{cases} A \rightarrow B \text{ 或 } C \\ D \rightarrow \text{任何一点} \end{cases} \end{cases}$$

由上图，A 开始可能跳到 C 或者 B，比如跳到 C，概率 $\frac{1}{4}$ ，再从 C 的四周任意一

个格子选一个跳，概率为 1，比如跳到 A，再从 A 跳到 B 或者 C，概率为 $\frac{1}{2}$ ，

所以上面树形图走最上面的分支的概率为： $\frac{1}{4} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ ；类似的，走第二条分支的

概率为： $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$ ；走第三条分支的概率为： $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{1}{16}$ 。因此 4 步之内达不到

角落的概率为： $\frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \frac{1}{16} = \frac{7}{32}$ 。所以 4 步之内能够达到角落的概率为： $\frac{25}{32}$ 。

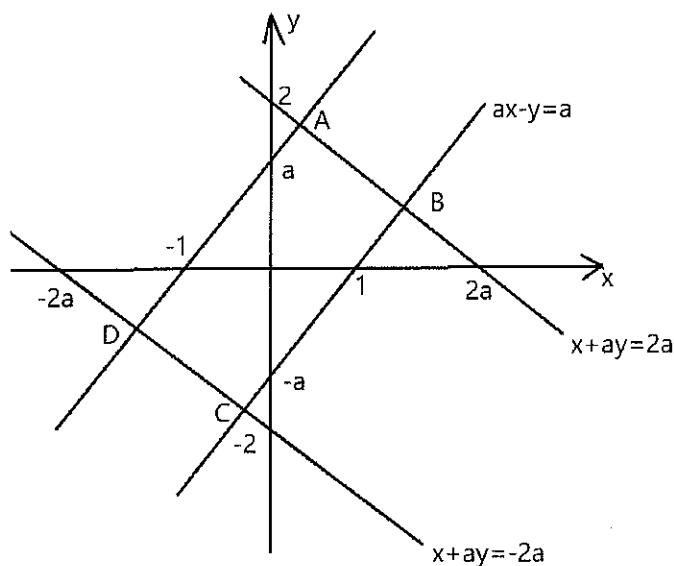
Answer: D

第 24 题

考点：数形结合以及平行线之间的距离公式

关键思路解析：先对表达式进行化简，然后画出图像.表达式进行化简后，得到，

$x+ay=2a$ 或者 $x+ay=-2a$ ， $ax-y=a$ 或者 $ax-y=-a$.画出相关图像如下图：



由图可以看到，因为两对平行线相互垂直，所以所围成的长方形面积为两对平行线距离的乘积.用平行线距离公式， $x+ay-2a=0$ 和 $x+ay+2a=0$ 这 2 条平行线距离

为： $d_1 = \frac{4a}{\sqrt{1+a^2}}$. 而 $ax-y-a=0$ 和 $ax-y+a=0$ 这 2 条平行线的距离为 $d_2 = \frac{2a}{\sqrt{1+a^2}}$. 所以

所围成形状面积为： $S = \frac{8a^2}{1+a^2}$

Answer: D

第 25 题

考点：排列组合：分类讨论

解答：

对于这种有多种颜色的排列组合，我们只关注其中一种颜色的排列，对这种颜色

的情况进行分类讨论.例如,对红色筹码的排布进行分类讨论.

① 3 个红色筹码分布在不同的 2 行。

先从 3 行中选定 2 行,有 C_3^2 种方法.从这 2 行中选 1 行放 2 个红色筹码,另一行放 1 个红色筹码,有 C_2^1 种方法.注意,在选出的一行里放置 2 个红色筹码时,只能分别放在第一列和第三列,而第 3 个红色筹码只能放在另一行的第二列.如下是其中一种可能的放法.

红		红
	红	
A	C	B

接下来放置绿色和蓝色,图中标记 A 和 B 的两个格子不能放置颜色不同的两个筹码,否则将导致标记 C 的格子无法放置.所以 A 和 B 必定放同色,一共有 2 种方法.若 A, B 都放绿色,则其余空格都只有 1 种放法,如下:

红	绿	红
蓝	红	蓝
绿	蓝	绿

因此这种情况下总的方法为: $C_3^2 \cdot C_2^1 \cdot 2 = 12$ 种.

这里需要说明的是,即使一开始选定的 2 行分别是第 1 行和第 3 行,那么只放一个红色筹码的那一行,那个红色筹码也只能放在第 2 列.因为若放在第 1 或第 3 列,如下,

红		红
A	C	B
红		

因为 A 和 B 只能同色, 如均为蓝色, 那么 C 为绿色, 则此时 C 的上下两个格子颜色只能都是蓝色, 此时整个图中有 4 个蓝色, 不符题意。因此单个的红色筹码只能放在第 2 列。

② 3 个红色筹码分布在不同的 3 行。

第一行的那个红色筹码有 3 列可选, 一共 C_3^1 种方法。例如, 若选定第一列, 那么第二行的那个红色筹码有 2 列可选, 一共有 C_2^1 种方法。例如, 若选定第二列, 那么第 3 行的那个红色筹码此时有 2 列可选, 第一列或者第三列, 有 C_2^1 种方法, 如选择第 1 列 (选择第 3 列的情况于此类似)。如下表所示。

红		
	红	
红		

我们先填满第 3 列剩余 2 个相邻的空格。这 2 个空格不同色, 有 2 种填法。若选定左边填绿色, 右边填蓝色, 则表格中剩余空格只有唯一的填法, 如下:

红	绿	蓝
蓝	红	绿
红	绿	蓝

因此, 这种情况下, 总共的方法数是: $C_3^1 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ 种。

综上 2 种情况, 总共有 $12+24=36$ 种方法。选择 E